2025학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (　　　　　　　　)　　　　　　성　명 : (　　　　　　　)

제1차 시험	3교시 전공B	11문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

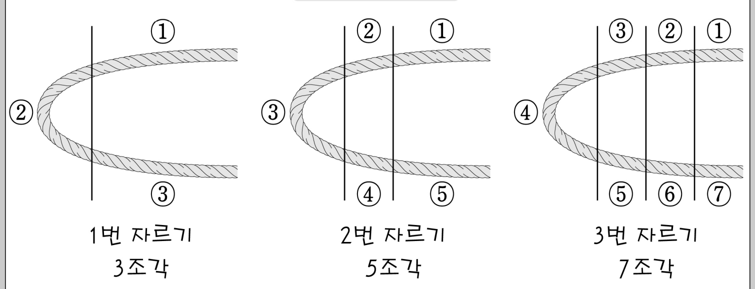
1. (가)~(라)는 수학적 지식에 대한 여러 수리철학의 관점을 설명한 것이다. 밑줄 친 ㉠~㉣ 중 옳지 않은 것 2가지를 찾아 바르게 고쳐 쓰시오. [2점]

(가)	㉠ 플라톤주의(Platonism)에 따르면, 수학의 대상인 수나 도형은 불변의 이데아로 간주된다. 수학적 지식은 완전한 대상에 대한 지식이므로 확실한 지식이다.
(나)	㉡ 직관주의는 수학적 지식이 참임이 입증된 것이 아니라 반증 가능한 것이며 반증되기 전까지만 잠정적으로 참이라고 본다. 증명과 반박의 논리에 의해 수학적 지식은 성장한다.
(다)	㉢ 형식주의에서 지식은 자주적 구성의 원리, 생장 지향성의 원리, 비객관성의 원리를 따른다. 수학적 지식의 확실성은 수학적 지식의 적합성과 적응성으로 대치된다.
(라)	㉣ 사회적 구성주의에서 객관성은 사회적 합의 가능성을 의미한다. 개인의 주관적인 수학적 지식은 공표되어 사회 속에서 공적인 비판과 재구성을 거쳐 객관적인 수학적 지식이 된다.

2. 극방정식(polar equation) $r = 1 - \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$로 주어진 평면곡선(plane curve)의 길이와 전곡률(total curvature)의 값을 순서대로 구하시오. (단, 곡선의 방향은 시계반대방향으로 주어져 있다.) [2점]

3. 다음은 김 교사의 중학교 수업 상황의 일부이다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

밧줄 자르기



밧줄이 위의 그림과 같이 C자 형태로 놓여 있다. 밧줄을 가장 많은 조각으로 자를 수 있도록, 세로로 1번 잘라 내면 밧줄은 3조각이 된다. 세로로 2번 잘라 내면 5조각이 되고, 3번 잘라 내면 7조각이 된다. 다음 문제를 해결하시오.

〔문제1〕 세로로 5번 잘라 내면 조각은 몇 개가 될까?

〔문제2〕 세로로 12번 잘라 내면 조각은 몇 개가 될까?

김 교사 : 모둠끼리 밧줄 자르기 과제를 해결해 볼까요?

학 생 A : 나는 그림의 밧줄을 5번 잘라서 조각을 세어 보았더니 11 조각이 나왔어.

학 생 B : 나도 세어서 11 조각이 나왔어. 그런데 〔문제2〕는 직접 12번 자르기도 힘들고, 조각을 일일이 세는 것도 어려워.

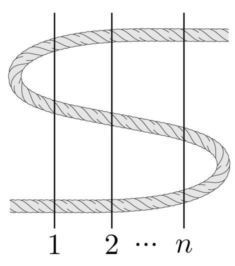
김 교사 : 매번 직접 잘라서 하나씩 세어 보지 않아도 잘린 밧줄 조각이 몇 개인지 알 수 있는 방법을 찾아봅시다.
(㉠)?

학 생 C : ㉡ n번 자르면 조각의 수를 $2n+1$로 나타낼 수 있어요.

김 교사 : 다들 끈기 있게 문제를 잘 해결했네요. ㉢ 이제 이 문제를 변형하여 새로운 형태의 문제를 만들어 봅시다.

학 생 A : ㉣ 밧줄이 C자 형태가 아닌 S자 형태로 놓여 있다면 어떻게 될까?

학 생 B : 오른쪽 그림과 같이 S자 형태의 밧줄을 세로로 n번 잘라 낼 때, 자르는 횟수와 만들어지는 조각의 수의 관계를 찾는 문제로 변형할 수 있어.



학 생 C : 그럼 이 문제도 n번 자르면 조각의 수를 (㉤)(으)로 나타낼 수 있겠다.

학 생 A : ㉥ 이렇게 문제를 만들어 보니 새롭고 다양한 아이디어가 떠올랐어.

<작성 방법>

- 밑줄 친 ㉡의 대답을 유도하기 위해 괄호 안의 ㉠에 들어갈 김 교사의 구체적 발문 1가지를 제시할 것.
- 브라운(S. Brown)과 월터(M. Walter)가 제시한 '만약 그렇지 않다면 어떻게 될까' 전략에서 밑줄 친 ㉣에 해당하는 단계를 쓸 것.
- 괄호 안의 ㉤에 학습자가 형성하기를 기대하는 식을 쓰고, 밑줄 친 ㉢과 같은 활동에 대한 교수학적 의의를 밑줄 친 ㉥에 근거하여 1가지 제시할 것.

4. 다음은 류 교사가 진행한 중학교 '자료와 가능성' 영역의 수업에서 두 모둠이 수행한 통계 프로젝트 활동 과정을 공유한 자료이다. 최종 산출물을 만들기 전에 류 교사는 각 모둠에 피드백을 제공하려고 한다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

A 모둠

- 탐구 주제 : 학교 도서관 이용 실태
- 탐구 방법 : 우리 학교 1학년과 3학년 학생을 대상으로 일주일간 학교 도서관 방문 일수를 입력하는 온라인 설문 조사 진행
- 자료 수집 : 수집한 자료는 총 120명의 설문 응답 (1학년 60명, 3학년 60명)

- 현재까지 진행된 과정 및 받고 싶은 피드백 사항 :

자료를 정리해서 표로 나타내 보았다. 두 집단의 분포와 특성을 비교하기 위해 그래프를 그릴 예정인데, 두 집단 간의 분포와 특성, 평균과 중앙값 등을 한눈에 볼 수 있는 ㉠ 그래프는 어떤 것이 있을지 선생님의 피드백을 받고 싶다.

방문 일수(일)	인원(명)	
	1학년	3학년
0	9	1
1	12	2
2	18	13
3	13	15
4	6	13
5	2	13
6	0	2
7	0	1
총합	60	60

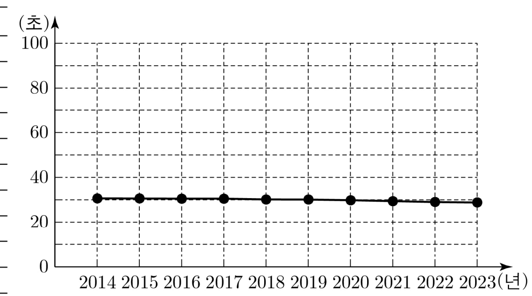
B 모둠

- 탐구 주제 : 우리 지역 청소년 수영 기록 분석
- 자료 수집 : 지난 10년간 우리 지역 청소년 남자 50m 자유형 1등 기록

- 현재까지 진행된 과정 및 받고 싶은 피드백 사항 :

자료를 표로 정리하고 그래프로 나타내 보았다.
지역 뉴스에서는 지난 10년간 기록이 상당히 단축되었다고 했는데, 우리 모둠은 ㉡ 그래프에서 큰 변화를 발견하지 못해서 선생님께 피드백을 받고 싶다.

연도	기록(초)
2014	30.64
2015	30.60
2016	30.50
2017	30.48
2018	30.13
2019	30.10
2020	29.81
2021	29.38
2022	29.00
2023	28.80



<작성 방법>

- 2022 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2022-33호)의 '자료와 가능성' 영역에서 추가된 '성취기준'에 근거하여, A 모둠 활동 자료의 밑줄 친 ㉠에 대하여 교사가 제시할 그래프의 유형을 쓰고 그 특징을 서술할 것.
- B 모둠 활동 자료의 밑줄 친 ㉡의 이유를 투키(J. Tukey)의 '그래프의 현시성'에 근거하여 서술하고, 이에 대하여 교사가 제공할 수 있는 적절한 피드백 1가지를 제시할 것.

5. (가)는 예비 교사가 웹 기반 소프트웨어를 활용하여 원의 접선에 관한 성질을 지도하는 수업의 일부이며, (나)는 지도 교사가 예비 교사의 수업을 참관하고 작성한 수업 참관 평가표의 일부이다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

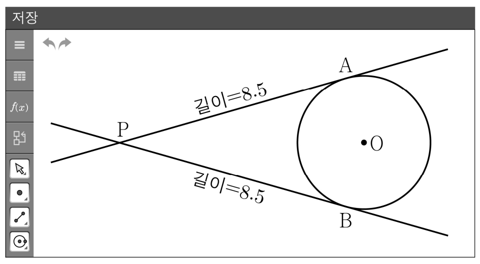
(가)

예비 교사 : 원 O 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하고, 점 P를 움직이면서 선분 PA와 선분 PB의 길이를 관찰해 봅시다. 무엇을 발견했나요?

학 생 A : 두 선분의 길이가 같아 보입니다.

예비 교사 : 그럼 이 소프트웨어의 측정 기능을 사용하여 선분 PA와 선분 PB의 길이의 측정값을 비교해 봅시다.

학 생 B : 정말 두 선분의 길이가 같습니다.



예비 교사 : 잘했습니다. 이어지는 조작 활동으로 어떤 활동을 하면 좋을까요?

학 생 C : (　　　　㉠　　　　)

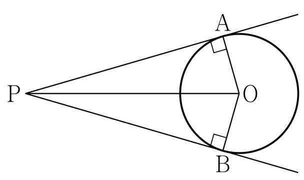
예비 교사 : 옳은 생각입니다. 이번에도 선분 PA와 선분 PB의 길이가 같은지 확인해 보세요.

학 생 A : 두 선분의 길이는 항상 같아요.

예비 교사 : 지금까지 발견한 내용을 누가 정리해 볼까요?

학 생 B : 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이인 선분 PA와 선분 PB의 길이는 같습니다.

예비 교사 : 네, 좋습니다. 공학 도구를 활용하여 발견한 원의 접선의 성질을 이제 증명해 봅시다. 오른쪽 그림에서 점 A, B는 원 O 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점입니다. $\angle PAO$와 $\angle PBO$의 크기는 각각 얼마일까요? 그리고 그 이유는 무엇일까요?



학 생 C : 둘 다 $90°$입니다. 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이기 때문입니다.

예비 교사 : 네, 맞습니다. 또 어떤 성질이 성립하나요?

학 생 A : $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 선분 OA와 선분 OB는 원의 반지름으로서 길이가 같고, 선분 OP는 공통의 빗변입니다.

학 생 B : 직각삼각형의 합동 조건에 의해 $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$는 합동입니다.

학 생 C : 그래서 선분 PA와 선분 PB의 길이가 같습니다.

예비 교사 : 아주 잘했어요. 이로써 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이인 선분 PA와 선분 PB의 길이가 같다는 것을 여러분 스스로 증명하였네요.

(나)

<수업 참관 평가표>

평가 항목	평정		
	우수	보통	미흡
① 도형의 성질을 정당화하는 다양한 방법을 활용하였는가?	✔		
② 수학과 수업의 교수·학습 방안 중 적절한 유형을 선택하여 적용하였는가?	✔		

<작성 방법>

- 딘즈(Z. Dienes)의 수학적 다양성의 원리를 적용한 조작 활동이 되도록 괄호 안의 ㉠에 들어갈 내용을 쓸 것.
- (가)와 2022 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2022-33호)의 ‘성취기준 적용 시 고려 사항’에 근거하여, 지도 교사가 (나)의 평가 항목 ①을 ‘우수’로 평가한 이유를 서술할 것.
- (가)와 2022 개정 수학과 교육과정의 ‘교수·학습 방법’ 중 교수·학습 방안에 근거하여, 지도 교사가 (나)의 평가 항목 ②를 ‘우수’로 평가한 이유가 되는 교수·학습 방안의 유형을 쓰고 그 특징을 설명할 것.

6. 두 확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수(joint probability density function)가

$$f(x,\,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}(x+y^2)}, & x>0,\ y>0\\[2ex] 0, & \text{그 외의 경우}\end{cases}$$

일 때, 확률변수 X와 Y가 서로 독립인지를 판별하고 그 이유를 쓰시오.

또한 조건부확률 $\mathrm{P}(X \le 2 \mid Y \le 2)$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

※ 다음은 필요하면 사용할 수 있다.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt = 1$$

7. 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$ 위의 여가산위상(cocountable topology, countable complement topology) $\mathfrak{I}_1$을

$$\mathfrak{I}_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} \mid \mathbb{R}-U\text{는 가산집합(countable set)}\} \cup \{\varnothing\}$$

이라 하고, 좌표평면 $\mathbb{R}^2$ 위의 보통위상(usual topology)을 $\mathfrak{I}_2$라고 하자. 적공간(곱공간, product space) $(\mathbb{R},\,\mathfrak{I}_1) \times (\mathbb{R}^2,\,\mathfrak{I}_2)$에서 집합

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0<x<1\} \times \left\{(x,\,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x>0,\ y=\sin\frac{1}{x}\right\}$$

의 내부(interior) S°와 폐포(closure) $\overline{S}$를 각각 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

8. K는 유리수체 $\mathbb{Q}$ 위의 갈루아 확대체(정규 확대체, Galois extension field, normal extension field)이고, 갈루아군(Galois group) $G(K/\mathbb{Q})$는 덧셈 순환군(additive cyclic group) $\mathbb{Z}_2$와 대칭군(symmetric group) S_3의 직접곱(직적, direct product) $\mathbb{Z}_2 \times S_3$과 동형이다. $\mathbb{Q}$ 위의 차수(degree) $[E:\mathbb{Q}]=6$인 K의 부분체 E의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오.
또한 K의 부분체 F에 대하여, F가 $\mathbb{Q}$ 위의 갈루아 확대체이고 갈루아군 $G(F/\mathbb{Q})$가 S_3과 동형이 되도록 하는 체 F가 존재함을 보이시오. [4점]

9. 복소수 $z=x+iy$ (x, y는 실수)에 대한 함수

$$f(z)=e^{-x}\cos y+i\,v(x, y) \quad (\text{단, } v(x, y)\text{는 실숫값 함수})$$

가 정함수(전해석함수, entire function)이고 $f(0)=1$을 만족시킬 때, $f(z)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오.
또한 복소평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을 시계반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선 C에 대하여 선적분 $\int_C f\left(\frac{1}{z}\right)dz$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

10. 자연수 n에 대하여 함수 $f_n : [0, \infty) \to \mathbb{R}$이

$$f_n(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{\{n\ln(2n)\}^2} + \dfrac{1}{n^2\ln(2n)}, & 0 \le x \le \ln(2n) \\ \dfrac{1}{n^2}\sin\left(\dfrac{2\pi x}{\ln(2n)}\right), & \ln(2n) < x \le 2\ln(2n) \\ 0, & x > 2\ln(2n) \end{cases}$$

일 때, 함수항 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$가 $[0, \infty)$에서 고른수렴(평등수렴, 균등수렴, uniform convergence)함을 보이시오.

또한 $a_n = \int_0^{\infty} f_n(x)\,dx$라고 할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2} = \dfrac{\pi^2}{6}$이다.) [4점]

11. 환 R을 두 가환환(commutative ring) $\mathbb{Z}_{10}$과 $\mathbb{Z}_{12}$의 직접곱(직적, direct product) $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{12}$라고 하자. 환 R의 아이디얼(이데알, ideal) 중에서 원소 $(3, 8)$을 포함하는 가장 작은 것을 $\mathbb{Z}_{10}$의 아이디얼 I와 $\mathbb{Z}_{12}$의 아이디얼 J의 직접곱 $I \times J$의 형태로 풀이 과정과 함께 쓰시오.
또한 다음 <조건>을 만족시키는 환 S 중에서 서로 동형(isomorphic)이 아닌 것을 풀이 과정과 함께 모두 쓰시오. [4점]

<조 건>

환 R의 원소 $(3, 8)$을 영(zero)으로 대응시키는 전사(onto, surjective)인 환 준동형사상(ring homomorphism) $\phi : R \to S$가 존재한다.

※ 다음 정리는 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

단위원(곱셈항등원, identity, unity)을 가지는 두 가환환 R_1과 R_2에 대하여 직접곱 $R_1 \times R_2$의 아이디얼은 $I_1 \times I_2$의 형태로 나타낼 수 있다. (단, I_1은 R_1의 아이디얼이고 I_2는 R_2의 아이디얼이다.)

<수고하셨습니다.>